

## المجموعات $\mathbb{N}$ و $\mathbb{Z}$ و $ID$ و $\mathbb{Q}$ و $\mathbb{R}$

### القدرات المنتظرة

- \* إدراك العلاقات بين الأعداد والتمييز بين مختلف مجموعات الأعداد.
- \* تحديد كتابة مناسبة لتعبير جبري حسب الوضعية المدروسة.

## (I) المجموعات $\mathbb{N}$ و $\mathbb{Z}$ و $ID$ و $\mathbb{Q}$ و $\mathbb{R}$

### أنشطة

$a \in E$  تعني  $a$  عنصر من  $E$  و تقرأ  $a$  تنتمي الى  $E$   
ضع العلامة  $\times$  في الخانة المناسبة

1,33.....	$\sqrt{100}$	$\sqrt{2}$	$\pi$	$\frac{22}{7}$	-4	3,14	$-\frac{250}{3}$	5	
									$\in \mathbb{N}$
									$\in \mathbb{Z}$
									$\in ID$
									$\in \mathbb{Q}$
									$\in \mathbb{R}$

## 1- مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية

### تذكير

\* مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية هي  $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$

الاعداد الصحيحة الطبيعية و مقابلاتها تكون مجموعة الاعداد الصحيحة النسبية يرمز لها بـ  $\mathbb{Z}$   
نكتب  $\mathbb{Z} = \{\dots; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$

-5 عدد صحيح نسبي نكتب  $-5 \in \mathbb{Z}$

$\sqrt{3}$  ليس عددا صحيحا نسبيا نكتب  $\sqrt{3} \notin \mathbb{Z}$

0 العدد الصحيح النسبي المنعدم

\* نرمز لمجموعة الاعداد الصحيحة النسبية الغير المنعدمة بـ  $\mathbb{Z}^*$

$\mathbb{Z}^* = \{\dots; -4; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 4; \dots\}$

**ملاحظة:** كل عدد صحيح طبيعي هو عدد صحيح نسبي

نقول ان المجموعة  $\mathbb{N}$  جزء من المجموعة  $\mathbb{Z}$  أو المجموعة  $\mathbb{N}$  ضمن المجموعة  $\mathbb{Z}$

نكتب  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

## 2- مجموعة الأعداد العشرية النسبية

اكتب الاعداد التالية على شكل  $\frac{a}{10^n}$  حيث  $a \in \mathbb{Z}$  و  $n \in \mathbb{N}$

3,12 ، 7 ، -3 ، -0,256

### تعريف

كل عدد له كتابة كسرية على شكل  $\frac{a}{10^n}$  حيث  $a \in \mathbb{Z}$  و  $n \in \mathbb{N}$  يسمى عددا

عشريا نسبيا.

نرمز لمجموعة الاعداد العشرية النسبية بـ  $ID$

### نتائج

أ - العدد العشري له كتابة بعدد منته من الأرقام على يمين الفاصلة.

ب- كل عدد صحيح نسبي  $a$  هو عدد عشري نسبي ( لأنه يمكن كتابته على شكل  $\frac{a}{10^0}$  )

إذن  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset ID$

### 3- مجموعة الأعداد الجذرية

#### تعريف

العدد الجذري هو كل عدد يمكن كتابته على شكل  $\frac{a}{b}$  حيث  $a \in \mathbb{Z}$  و  $b \in \mathbb{Z}$  و  $b \neq 0$

يرمز لمجموعة الأعداد الجذرية بـ  $\mathbb{Q}$

$\frac{-3}{7}$  عدد جذري ، 6 عدد جذري ، -1,36 عدد جذري  $\pi$  ليس عددا جذريا

$\sqrt{3}$  ليس عددا جذريا

#### نتيجة

كل عدد عشري نسبي هو عدد جذري

إذن  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{ID} \subset \mathbb{Q}$

### 4- مجموعة الأعداد الحقيقية

- بين أن  $\sqrt{2}$  عدد لا جذري

أرسم مربع ضلعه 1 و حدد طول قطره

- نصف محيط دائرة شعاعها 1 هو عدد لا جذري يرمز له بـ  $\pi$

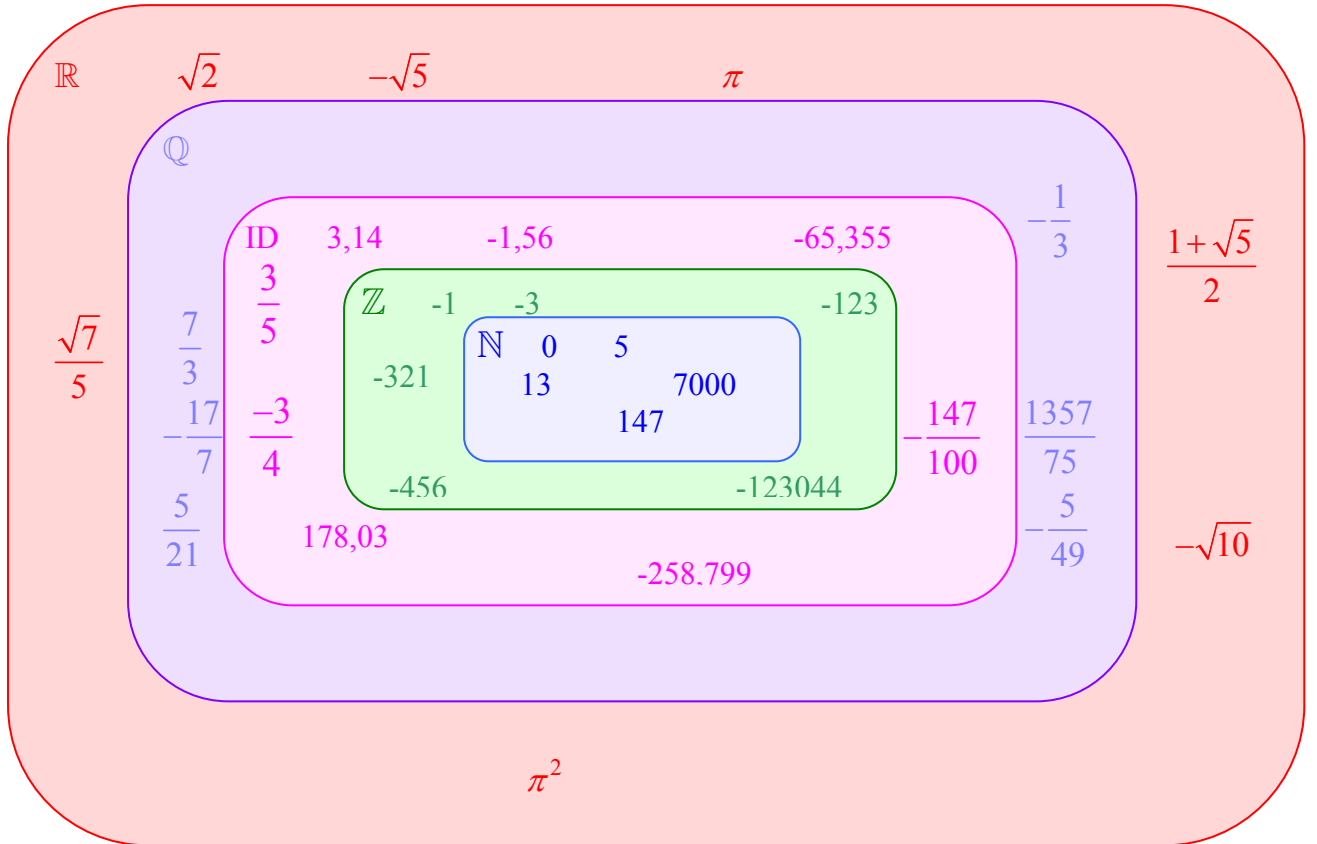
توجد مقادير لا يمكن التعبير عنها بأعداد جذرية ، مثل هذه المقادير نعبّر عنها بأعداد لا جذرية.

الأعداد الجذرية و الأعداد لا جذرية تكون مجموعة تسمى مجموعة الأعداد الحقيقية

يرمز لها بـ  $\mathbb{R}$

#### نتيجة

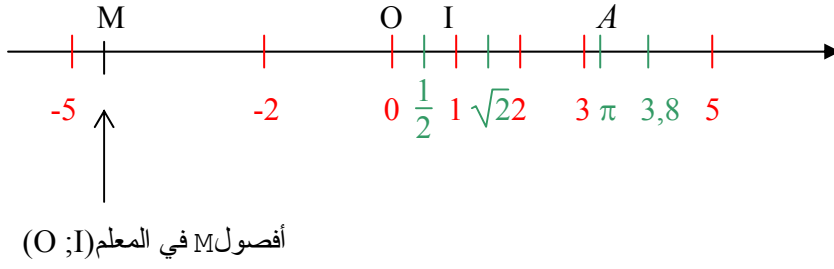
كل عدد جذري هو عدد حقيقي إذن  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{ID} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



### تمثيل المجموعة $\mathbb{R}$

نمثل المجموعة  $\mathbb{R}$  على مستقيم مدرج  $\Delta(O;I)$

كل نقطة من المستقيم  $\Delta(O;I)$  تقبل عددا وحيدا أفصولا لها  
كل عدد حقيقي هو افصول لنقطة و حيدة من المستقيم  $\Delta(O;I)$



A هي النقطة ذات الافصول  $\pi$  نكتب  $A(\pi)$

## (II) العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$ و خاصياتها

### 1 - أنشطة نشاط 1

$$1- \text{أحسب } \frac{5 + \frac{1}{3}}{2 - \frac{3}{2}} - \frac{2}{3} + \frac{7}{6} - \frac{1}{4} - 2$$

2- لتكن  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية  
أحسب  $-2(a+b-c) - 3(a-b+c) + 4(5a-b)$

### نشاط 2

1- أحسب  $\sqrt{5^2 \times 3^3} + \sqrt{75} - 11\sqrt{3} + 2\sqrt{243}$  و  $(\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{5})$

2- أ- أحسب  $(2 - \sqrt{5})^2$  ثم بسط  $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

ب- بسط  $\sqrt{7 + 2\sqrt{10}}$  ;  $\sqrt{21 - 6\sqrt{6}}$

3- اجعل المقام عددا جذريا للعددين الحقيقيين  $\frac{2 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$  ;  $\frac{1}{\sqrt{2} + 1}$

4- بين أن  $\sqrt{7 + \sqrt{48}} + \sqrt{7 - \sqrt{48}} = 4$

### نشاط 3

1- عمل  $x^3 + 125 - 5x(x+5)$  ;  $27x^3 - 8$  ،  $(2x-1)^2 - (3x+2)^2$  ،  $(x+2)^2 + x^2 - 4$

2- نضع  $a^2 + b^2 = 2$  ;  $a + b = 1$  أحسب  $a^6 + b^6$  ;  $a^4 + b^4$

## 2- الجمع و الضرب أ- الجمع

\* الجمع تبادلي في  $\mathbb{R}$  : لكل  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}$   $a + b = b + a$

\* الجمع تجميعي في  $\mathbb{R}$  : لكل  $a$  و  $b$  و  $c$  من  $\mathbb{R}$   $(a + b) + c = a + (b + c)$

\* 0 هو العنصر المحايد للجمع في  $\mathbb{R}$  : لكل  $a$  من  $\mathbb{R}$   $0 + a = a + 0 = a$

\* لكل عدد حقيقي  $a$  مقابل هو  $-a$  :  $-a + a = a + (-a) = 0$

## ب- الطرح

ليكن  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}$   $a - b = a + (-b)$

## ج- الضرب

\* الضرب تبادلي في  $\mathbb{R}$  : لكل  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}$   $a \times b = b \times a$

- \* الضرب تجميعي في  $\mathbb{R}$ : لكل  $a$  و  $b$  و  $c$  من  $\mathbb{R}$   $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- \* 1 هو العنصر المحايد لضرب في  $\mathbb{R}$ : لكل  $a$  من  $\mathbb{R}$   $1 \times a = a \times 1 = a$
- \* لكل عدد حقيقي غير منعدم  $a$  مقلوب هو  $\frac{1}{a}$  :  $(a^{-1}) \frac{1}{a} = a^{-1} \times a = a \times a^{-1} = 1$
- \* الضرب توزيعي على الجمع في  $\mathbb{R}$ : لكل  $a$  و  $b$  و  $c$  من  $\mathbb{R}$   $(b + c) \cdot a = ba + ca$  ;  $a \cdot (b + c) = ab + ac$

## د- الخارج

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b} \quad \text{ليكن } a \text{ من } \mathbb{R} \text{ و } b \text{ من } \mathbb{R}^*$$

## ذ- قواعد

- \* لتكن  $a$  و  $b$  و  $c$  من  $\mathbb{R}$ :  $a = b$  تكافئ  $a + c = b + c$
- \* لتكن  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}$  و  $c$  من  $\mathbb{R}^*$ :  $a = b$  تكافئ  $ac = bc$
- \* لكل  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  من  $\mathbb{R}$
- إذا كان  $a = b$  و  $c = d$  فإن  $a + c = b + d$
- إذا كان  $a = b$  و  $c = d$  فإن  $ac = bd$
- \*  $ab = 0$  تكافئ  $a = 0$  أو  $b = 0$
- \*  $ab \neq 0$  تكافئ  $a \neq 0$  و  $b \neq 0$
- \* لكل  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}$  و  $c$  و  $d$  من  $\mathbb{R}^*$
- تكافئ  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$  تكافئ  $ad = bc$
- \*  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}$  و  $c$  و  $d$  من  $\mathbb{R}^*$
- $$\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{ab}{cd} \quad , \quad \frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad + bc}{cd}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \quad , \quad \frac{1}{\frac{b}{c}} = \frac{c}{b} \quad \text{* لكل } a \text{ من } \mathbb{R} \text{ و } b \text{ و } c \text{ و } d \text{ من } \mathbb{R}^*$$

## 2- الجذور المربعة

### أ- تعريف

ليكن  $x$  من  $\mathbb{R}^+$   
العدد الحقيقي الموجب  $y$  الذي يحقق  $y^2 = x$  يسمى لجذر المربع للعدد الموجب  $x$ .  
نرمز للجذر مربع للعدد  $x$  بـ  $\sqrt{x}$   
 $x = y^2$  ;  $y \geq 0$  تكافئ  $y = \sqrt{x}$  ;  $x \in \mathbb{R}^+$

### ب- نتائج

\*- ليكن  $x$  و  $y$  من  $\mathbb{R}^+$ :

$$\sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{xy} \quad ; \quad \sqrt{x^2} = x \quad ; \quad (\sqrt{x})^2 = x$$

$$(y \neq 0) \quad \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$$

$$x = y \quad \text{تكافئ} \quad \sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$\sqrt{x^2} = -x \quad \text{إذا كان } x \text{ سالبا فان}$$

**ملاحظة:** لكل عدد حقيقي موجب  $a$  يوجد عدنان حقيقيان مربعهما يساوي  $a$  هما  $\sqrt{a}$  و  $-\sqrt{a}$

### 3- القوى

#### أ- تعريف

$$* \text{ ليكن } a \text{ من } \mathbb{R} \text{ و } n \text{ من } \mathbb{N}^* \\ (a \neq 0) \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n \text{ عاملا}$$

العدد  $a^n$  يسمى قوة العدد  $a$  ذات الأس  $n$   
العدد  $a^{-n}$  يسمى قوة العدد  $a$  ذات الأس  $-n$   
\* ليكن  $a$  من  $\mathbb{R}^*$   $a^0 = 1$

#### ب- نتائج

\* لكل  $x$  و  $y$  من  $\mathbb{R}^*$  و لكل  $n$  و  $m$  من  $\mathbb{Z}$

$$x^n x^m = x^{n+m} \quad \frac{x^n}{x^m} = x^{n-m} \quad (xy)^n = x^n y^n$$

$$(x^n)^m = x^{n \cdot m} \quad \frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^n \quad x^{-n} = \left(\frac{1}{x}\right)^n$$

\* لكل عدد حقيقي موجب  $x$ :  $\sqrt{x^n} = \sqrt{x}^n$

**حالة خاصة** لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$   $x^1 = x$

#### ج- الكتابة العلمية لعدد عشري خاصية (مقبولة)

كل عدد عشري  $b$  موجب يكتب على شكل  $a \cdot 10^p$  حيث  $p$  عدد صحيح نسبي و  $a$  عدد عشري يحقق  $1 \leq a \leq 10$   
هذه الكتابة تسمى **الكتابة العلمية** للعدد  $b$

أمثلة

الكتابة العلمية للعدد 1740000 هي  $1,74 \times 10^6$   
الكتابة العلمية للعدد 0,000325 هي  $3,25 \times 10^{-4}$

نتيجة:

كل عدد عشري  $b$  سالب يكتب على شكل  $-a \cdot 10^p$  حيث  $p$  عدد صحيح نسبي و  $a$  عدد عشري يحقق  $1 \leq a \leq 10$

$$-0,000325 = -3,25 \times 10^{-4} \quad -1,74 \times 10^6 = -1740000$$

#### 4- متطابقات هامة

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \mathbb{R} \text{ ليكن } a \text{ و } b$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

#### 5- النشر و التعميل

نشر جداء هو تحويله إلى مجموع  
تعميل مجموع هو تحويله إلى جداء