

## الجداء السلمي produit scalaire

## القدرات المنتظرة

التعبير عن المسافة والتعامد بواسطة الجداء السلمي . استعمال الجداء السلمي في حل مسائل هندسية . استعمال مبرهنة الكاشي ومبرهنة المتوسط لحل تمارين هندسية

## ا. تعريف

لتكن  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  متجهتين غير منعدمتين و  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $C$  على المستقيم  $(AB)$  . الجداء السلمي ل  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  هو العدد الحقيقي  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot \vec{AH}$  ( يمكن أن يكون موجب أو سالب ) أو  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -AB \cdot AC$

ادن الجداء السلمي عدد حقيقي وليس بمتجه

**بصفة عامة:**  $\vec{AB}$  و  $\vec{CD}$  متجهتين غير منعدمتين  $E$  و  $F$  المساقط العموديتين ل  $C$  و  $D$  على التوالي على المستقيم  $(AB)$  الجداء السلمي ل  $\vec{AB}$  و  $\vec{CD}$  هو العدد الحقيقي

$$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \vec{AB} \cdot \vec{EF}$$

## اا. الصيغة المتثلثية للجداء السلمي

الجداء السلمي للمتجهتين  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  هو العدد  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \cdot AC \cos(\vec{AB}; \vec{AC})$

ادن الجداء السلمي وشارته مرتبطة بدالت جيب تمام  $\cos$  ومنه :

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos(\alpha)$$

( هي الزاوية المحصورة بين المتجهتين )



$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$	$\alpha = \frac{\pi}{2}$	$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$
$\overline{AB} \cdot \overline{AC} < 0$	$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$	$\overline{AB} \cdot \overline{AC} > 0$

### III. خصائص

\*  $(AB) \perp (AC)$  إذا فقط إذا كان  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$  أو  $\cos(\overline{AB}; \overline{AC}) = \frac{\pi}{2}$

\* **المربع السلمي هو العدد الحقيقي الموجب**  $\overline{AB} \cdot \overline{AB} = AB^2$

\*  $\overline{U}$  و  $\overline{V}$  و  $\overline{W}$  متجهات من المستوى وليكن  $k$  عدد حقيقي

$$k(\overline{U} + \overline{V}) = k\overline{U} + k\overline{V} \quad \text{و} \quad \overline{U} \cdot (\overline{V} + \overline{W}) = \overline{U} \cdot \overline{V} + \overline{U} \cdot \overline{W} \quad \text{و} \quad \overline{U} \cdot \overline{V} = \overline{V} \cdot \overline{U} *$$

$$(\overline{U} + \overline{V})^2 = \overline{U}^2 + 2\overline{U} \cdot \overline{V} + \overline{V}^2$$

$$= \|\overline{u}\|^2 + 2\overline{U} \cdot \overline{V} + \|\overline{v}\|^2$$

### IV. تطبيقات الجداء السلمي

#### 1. العلاقات المترية في مثلث قائم الزاوية

ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A . H المسقط العمودي لـ A على (BC)

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$AH^2 = HB \cdot HC$$

$$AB^2 = BH \cdot BC$$

$$AC^2 = CH \cdot CB$$



أ - مبرهنة المتوسط

ABC مثلث معلوم . I . منتصف [AB]

$$AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{1}{2}BC^2$$

ب مبرهنة الكاشي

$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA.CB \cos \hat{c}$$

$$AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2BA.BC \cos \hat{b}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC \cos \hat{a}$$

