

القدرات المستهدفة

- التعرف على متتالية حسابية أو هندسية و تحديد أساسها و حدها الأول .
- حساب الحد العام و الحد من الرتبة n لمتتالية هندسية أو حسابية .
- حساب مجموع n حدا متتابعة من متتالية هندسية أو حسابية .
- استعمال المتتاليات الهندسية أو الحسابية في حل مسائل هندسية و تجارية .

A - متتالية عددية

تعريف المتتالية العددية هي كل دالة عددية معرفة على جزء من \mathbb{N} . إذا رمزنا للدالة بـ u فإننا نرمز للمتتالية بالرمز (U_n) .

الحد $U_n = U(n)$ هو صورة n بالدالة U .

ملاحظة

. يمكن أن نرمز لمتتالية بحروف مثل (V_n) و (W_n) .

. إذا كانت المتتالية U معرفة انطلاقا من 2 فإننا نرمز لها بـ $(U_n)_{n \geq 2}$.

مثال:

. يمكن لمتتالية أن تكون محددة بواسطة صيغة صريحة مثل $U_n = 3n + 1$.

. يمكن لمتتالية أن تكون معرفة بطريقة تحدد علاقة بين U_n و U_{n+1} مثل $U_{n+1} = 2U_n - 4$.

B - عدد حدود متتالية

خاصية إذا كانت (U_n) متتالية عددية فإن عدد الحدود المتتالية $U_p, U_{p+1}, \dots, U_{n-1}, U_n$ بحيث $(p < n)$ هو $n - p + 1$.

مثال المجموع $U_3 + U_4 + U_5 + \dots + U_{30}$ يضم 28 حدا متتابعة لأن عدد الحدود هو $30 - 3 + 1 = 28$.

C - المتتالية الحسابية

1 - تعريف: نقول إن (U_n) متتالية حسابية أساسها r إذا كان $U_{n+1} = U_n + r$ لكل عدد صحيح طبيعي n .

2 - الحد العام لمتتالية حسابية

خاصية إذا كانت (U_n) متتالية حسابية أساسها r فإن

$$U_n = U_p + (n - p)r \text{ و } U_n = U_0 + nr$$

مثال (U_n) متتالية حسابية أساسها -2 وحدها الأول $U_0 = 4$

$$\text{لدينا } U_n = U_0 + nr = 4 + n(-2) = 4 - 2n$$

3 - مجموع n حدا متتابعة من متتالية حسابية

خاصية (U_n) متتالية حسابية لدينا $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$

مثال (U_n) متتالية حسابية أساسها -2 وحدها الأول $U_0 = 4$

$$\text{إذن } U_n = 4 - 2n \text{ ومنه المجموع } U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = \frac{n+1}{2}(U_0 + U_n) = \frac{n+1}{2}(8-2n)$$

4 - ثلاثية حدود متتابعة من متتالية حسابية

خاصية a و b و c هي في هذا الترتيب حدود متتابعة لمتتالية حسابية يعني $b = \frac{a+c}{2}$

D - المتتالية الهندسية

1 - تعريف نقول إن (U_n) متتالية هندسية أساسها q إذا كان $U_{n+1} = q \times U_n$ لكل عدد صحيح طبيعي n .

مثال2 - الحد العام لمتتالية هندسية

خاصية إذا كانت (U_n) متتالية هندسية أساسها q فإن

$$U_n = U_p \times q^{n-p} \text{ و } U_n = U_0 \times q^n$$

مثال (U_n) متتالية هندسية أساسها 3 وحدها الأول $U_0 = -1$

$$\text{لدينا } U_n = U_0 \times q^n = (-1) \times 3^n$$

3 - مجموع n حدا متتابعة من متتالية هندسية

خاصية (U_n) متتالية أساسها q بحيث $q \neq 1$ لدينا $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = U_1 \times \frac{1-q^n}{1-q}$

مثال (U_n) متتالية هندسية أساسها 2- وحدها الأول $U_0 = 4$

$$U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = U_0 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \quad \text{إن}$$

$$= 4 \times \frac{1-(-2)^{n+1}}{1-(-2)} = 4 \times \frac{1-(-2)^{n+1}}{3}$$

4 - ثلاثية حدود متتابعة من متتالية هندسية

خاصية a و b و c هي في هذا الترتيب حدود متتابعة لمتتالية هندسية يعني $b^2 = a \times c$