

مذكرة رقم : 6
الأستاذ : عثمانى نجيب

المادة: الرياضيات

ثانوية ابن خلدون التأهيلية

عين بني مطهر

ملخص لدرس الدالة الأسية النيبيرية

مستوى: السنة الثانية من سلك البكالوريا

- شعبة التعليم الأصيل: مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية
- شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية

(1) العدد الحقيقي العدد e : $e \approx 2,71828 \dots$

e هو العدد الحقيقي الذي يحقق $\ln(e) = 1$.

ولدينا : $(\forall n \in \mathbb{Z}) \ln(e^n) = n \ln(e)$

أي : $(\forall n \in \mathbb{Z}) \ln(e^n) = n$

(2) تعريف الدالة الأسية النيبيرية

الدالة الأسية النيبيرية يرمز لها بالرمز \exp وهي معرفة على \mathbb{R} ب : $(\forall x \in \mathbb{R}); \exp x = e^x$

(3) خاصية مقبولة

$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in]0; +\infty[), (y = e^x \Leftrightarrow x = \ln(y))$

(4) خاصيات جبرية

$e^1 = e$ و $e^0 = 1$

$(\forall x \in \mathbb{R}); \ln(\exp x) = x$

الدالة \exp تزايدية قطعا على \mathbb{R} يعني $e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$

$e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$ لكل x و y من \mathbb{R}

(5) النهايات : نقبل النهايتين التاليتين

خاصية 1 : $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$

خاصية 2 : $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$

(6) خاصيات : $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})$

$$e^{rx} = (e^x)^r \quad \frac{e^x}{e^y} = e^{x-y} \quad e^{-x} = \frac{1}{e^x} \quad e^x \times e^y = e^{x+y} \quad (\forall x \in \mathbb{R}) e^x > 0$$

$$(e^x = e^y \Leftrightarrow x = y) \quad (e^x > e^y \Leftrightarrow x > y)$$

(7) مشتقة الدالة. $x \mapsto e^x$

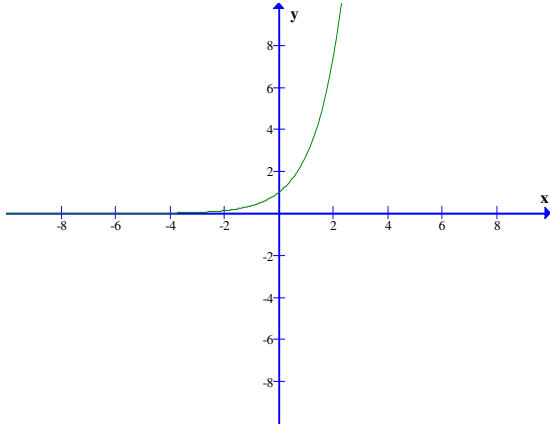
نقبل أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) (e^x)' = e^x$

الدالة \exp قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} ولدينا:

(8) جدول تغيرات الدالة $e^x \rightarrow x$:

x	$-\infty$	$+\infty$
f'		+
f(x)	0	$+\infty$

(9) منحنى الدالة \exp :



(10) العدد a^x

تعريف : لكل x من $]0, +\infty[$ و y من \mathbb{R} لدينا: $a^x = a^y$

خصائص:

لكل x و y من \mathbb{R} لدينا: $(a^x)^y = a^{xy}$; $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$; $\frac{1}{a^x} = a^{-x}$; $a^x a^y = a^{x+y}$

لكل x و y من \mathbb{R} لدينا: $a^x = a^y$ يكافئ $x = y$